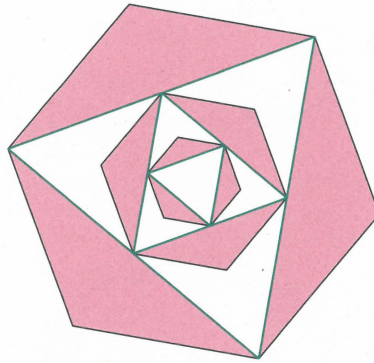
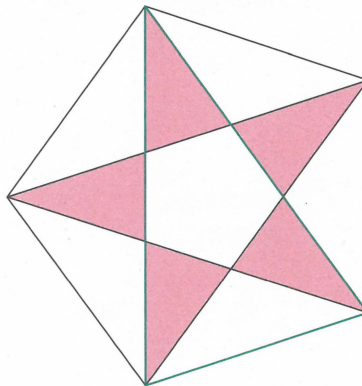


- 1.1** Die Bilder ① und ③ sind im mathematischen Sinne ähnlich.
Die Bilder ② und ④ sind im mathematischen Sinne ähnlich.

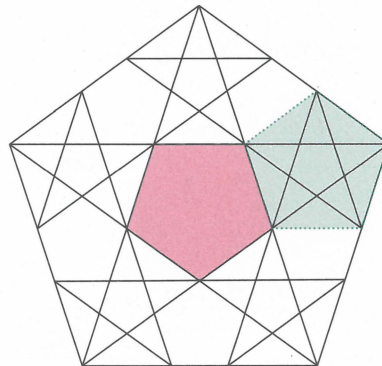
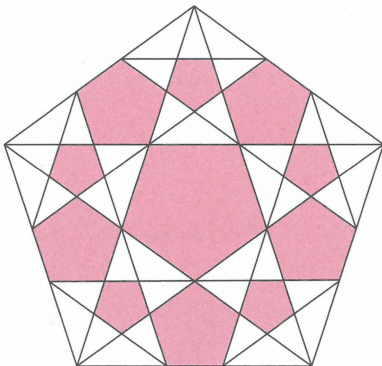
- 1.2 a** Alle 9 rot gefärbten, gleichschenkligen Dreiecke sind zueinander ähnlich.
Die grün umrandeten, gleichseitigen Dreiecke sind zueinander ähnlich:
- 1 grosses Dreieck
 - 4 mittelgrosse Dreiecke
 - 4 kleine Dreiecke



- b** Im regelmässigen Fünfeck sind 9 weitere ähnliche Dreiecke vorhanden:
- 5 rot markierte Dreiecke
 - 4 grosse, zum Ausgangsdreieck kongruente Dreiecke



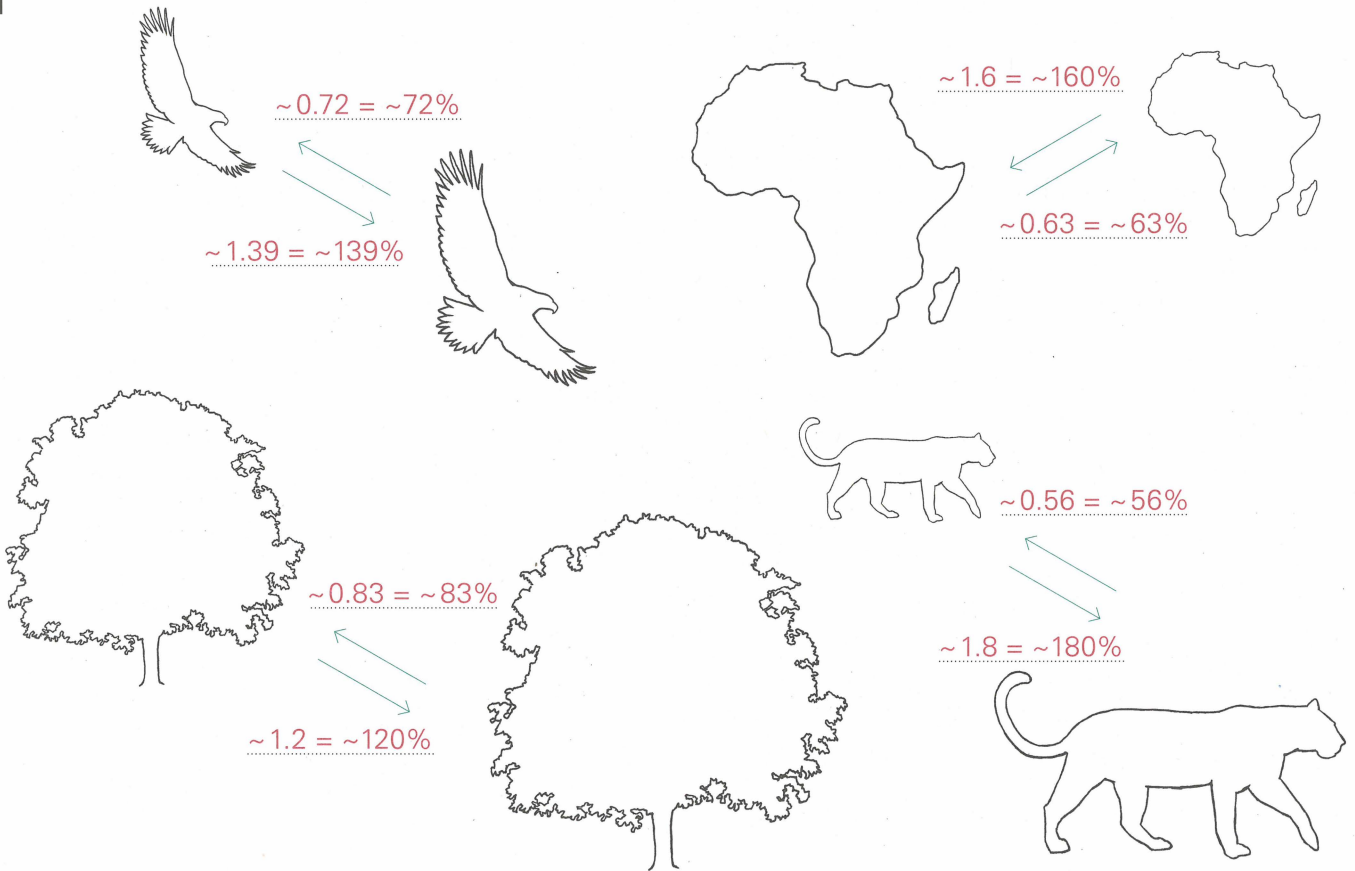
1.3



Hinweise:

- Die Konstruktion kann ohne Verwendung des Zirkels allein durch Einzeichnen von Diagonalen im Fünfeck und von Parallelen zu den Fünfeckseiten erfolgen.
- Fünf weitere ähnliche und zum roten Fünfeck in der Mitte kongruente Fünfecke liessen sich leicht einzeichnen, wie das grün gezeichnete Beispiel zeigt.

2.1



2.2

Vergrößerungs-
faktor:

Bildschirm-
ansicht:

Verkleinerungs-
faktor:

Beispiel:

1.5 = 150%

50%

€

50%

Beispiel:

0.666... ≈ 67%

75%

€

75%

1.333... = 133.3...%

100%

€

100%

0.75 = 75%

1.25 = 125%

125%

€

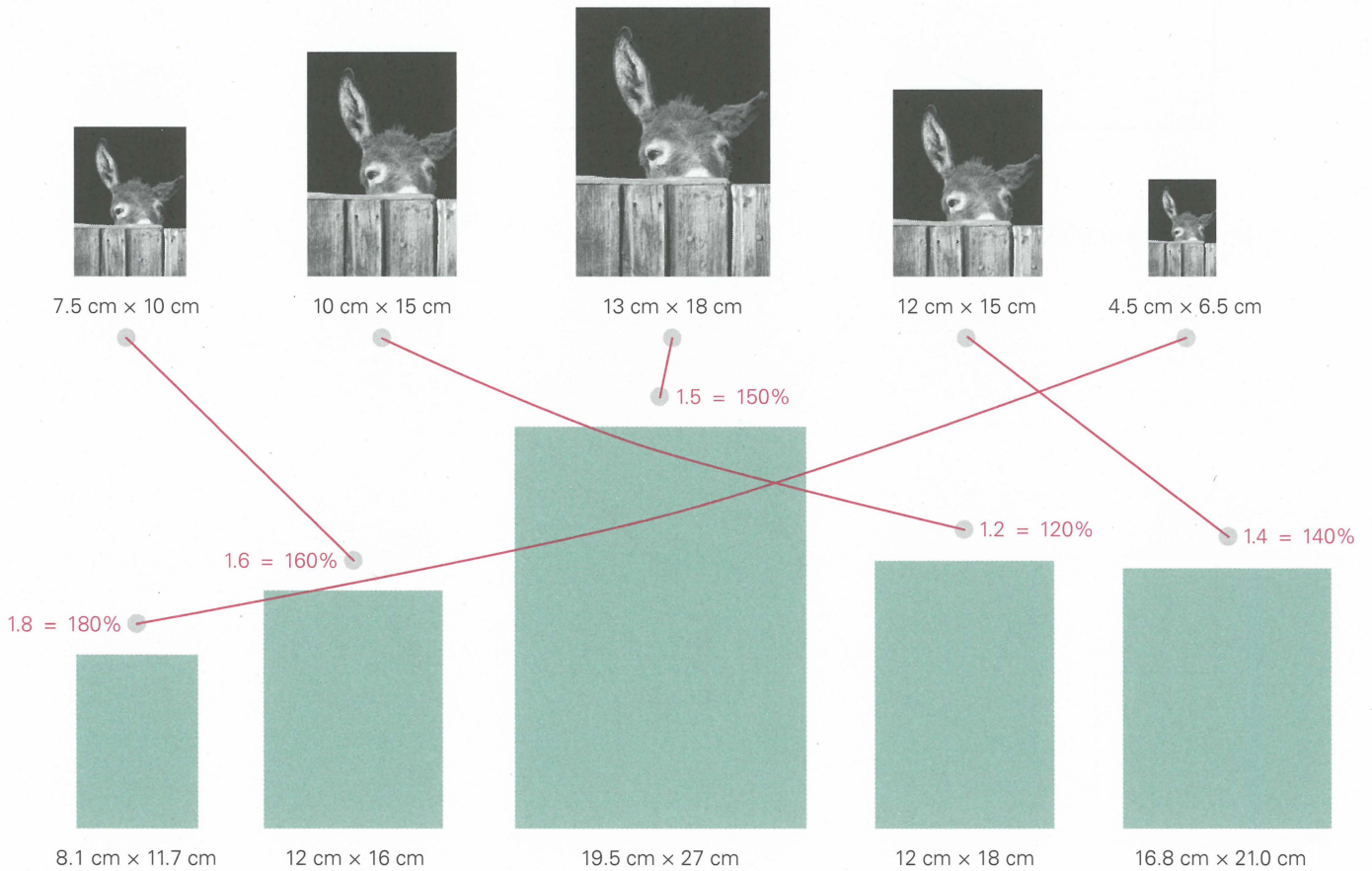
125%

0.8 = 80%

2.3

| | Grösse des Originals | 1. Vergrößerung/Verkleinerung | | Grösse der 1. Kopie | 2. Vergrößerung/Verkleinerung | | Grösse der 2. Kopie (gleiche Masse wie das Original) |
|---|----------------------|-------------------------------|---------|---------------------|-------------------------------|---------|--|
| | [cm × cm] | Faktor | Prozent | [cm × cm] | Faktor | Prozent | [cm × cm] |
| a | 9 × 12 | 2 | 200% | 18 × 24 | 0.5 | 50% | 9 × 12 |
| b | 20 × 26 | 0.25 | 25% | 5 × 6.5 | 4 | 400% | 20 × 26 |
| c | 8.0 × 12.4 | 2.5 | 250% | 20 × 31 | 0.4 | 40% | 8.0 × 12.4 |
| d | 10 × 16 | 1.25 | 125% | 12.5 × 20.0 | 0.8 | 80% | 10 × 16 |
| e | 5.0 × 3.5 | 5 | 500% | 25 × 17.5 | 0.2 | 20% | 5 × 3.5 |
| f | 15.0 × 12.5 | 0.16 | 16% | 2.4 × 2 | 6.25 | 625% | 15.0 × 12.5 |

2.4

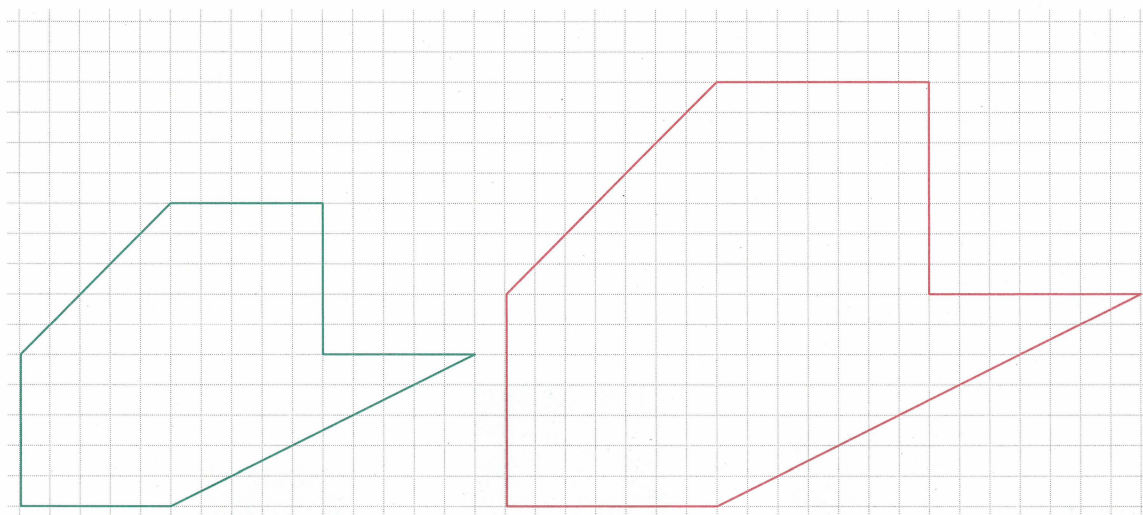


2.5 a $2 \cdot 1.5 \cdot 1.5 \cdot 1.5 \cdot 1.5 = 2 \cdot 1.5^4 = 10.125$
 Bildbreite nach der vierten Vergrößerung: **10.125 cm**

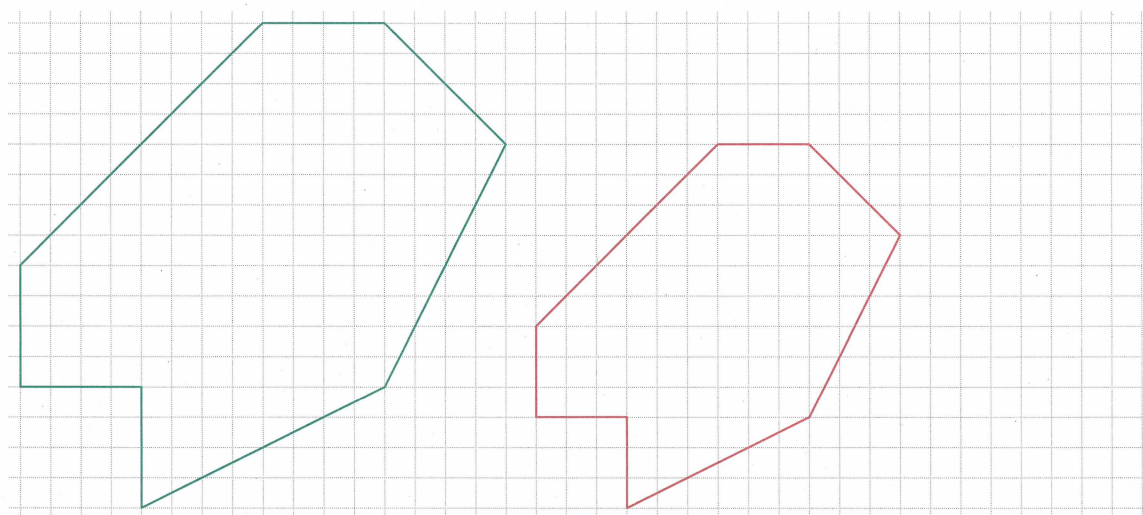
b Bildbreite nach p Vergrößerungsschritten: **$2 \cdot 1.5^p$ cm**

c **Nach 6 Vergrößerungsschritten** ist das Bild ungefähr 18.2 cm hoch und ungefähr 22.8 cm breit.
 Es passt dann noch auf ein A4-Blatt im Querformat (21.0 cm x 29.7 cm).

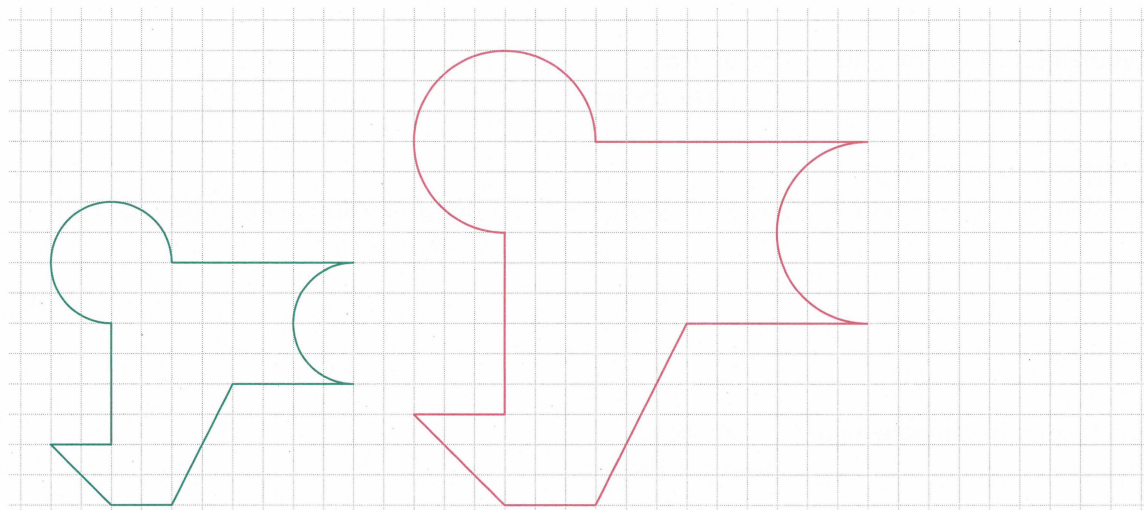
3.1 a Ähnlichkeitsfaktor 140%



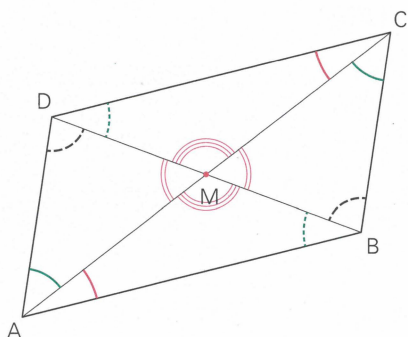
b Ähnlichkeitsfaktor 75%



c Ähnlichkeitsfaktor 1.5



3.2



$$\triangle AMB \sim \triangle DMC$$

$$\triangle BCM \sim \triangle AMD$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD$$

$$\triangle ABD \sim \triangle BCD$$

Hinweis:

Es handelt sich bei allen ähnlichen Dreieckspaaren um kongruente Dreiecke.

3.3 a $\triangle AED \sim \triangle EBF \sim \triangle BCF \sim \triangle EBC \sim \triangle ECD$

b $\triangle AEC \sim \triangle EFC \sim \triangle EBF \sim \triangle EBC \sim \triangle ABC$

c $\triangle AFD \sim \triangle ASF \sim \triangle ASD \sim \triangle SBE \sim \triangle BCE \sim \triangle SBC$

d $\triangle ABK \sim \triangle EBF \sim \triangle BGF \sim \triangle GCH \sim \triangle HDK$

3.4 a $1.2 = 120\%$



Die beiden Dreiecke sind ähnlich,
 nicht ähnlich.

Mögliche Begründung:

Das Dreieck links wurde **proportional vergrößert**. Der Vergrößerungsfaktor beträgt 1.20.

b -



Die beiden Rechtecke sind ähnlich,
 nicht ähnlich.

Mögliche Begründung:

Das Rechteck links wurde **nicht proportional vergrößert**. Der Vergrößerungsfaktor beträgt für die Länge des Rechtecks 1.20, für die Breite jedoch 1.25.

c $0.75 = 75\%$



Die beiden Drachenvierecke sind ähnlich,
 nicht ähnlich.

Mögliche Begründung:

Die Diagonalen und die Seiten des Drachenvierecks links wurden **proportional verkleinert**. Der Verkleinerungsfaktor beträgt 0.75.

d $1.2 = 120\%$



Die beiden achsensymmetrischen Trapeze sind ähnlich,
 nicht ähnlich.

Mögliche Begründung:

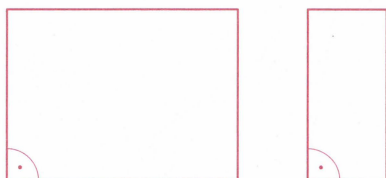
Die vier Seiten des achsensymmetrischen Trapezes links wurden **proportional vergrößert**. Der Vergrößerungsfaktor beträgt 1.20.

3.5 a

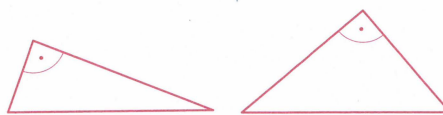
- Alle Quadrate sind ähnlich.
- Alle Rechtecke sind ähnlich.
- Alle rechtwinkligen Dreiecke sind ähnlich.
- Alle Kreise sind ähnlich.
- Alle Rhomben sind ähnlich.
- Alle rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecke sind ähnlich.
- Dreiecke, die in zwei Winkeln übereinstimmen, sind ähnlich.
- Vierecke, die in allen Winkeln übereinstimmen, sind ähnlich.

| <i>richtig</i> | <i>falsch</i> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

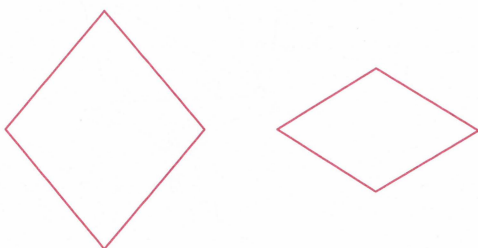
b – Rechtecke, die nicht ähnlich sind.



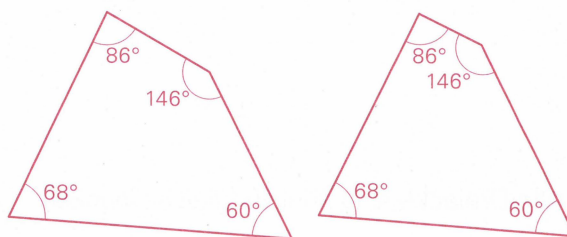
– Rechtwinklige Dreiecke, die nicht ähnlich sind.



– Rhomben, die nicht ähnlich sind.



– Vierecke mit gleichen Winkeln, die nicht ähnlich sind.



3.6 a Die drei Steigungsdreiecke sind **ähnlich**.

Mögliche Begründung:

Die Steigungsdreiecke sind ähnlich, weil sie in allen drei Winkeln übereinstimmen.

b Steigungszahl der Luftseilbahn anhand des grössten Steigungsdreiecks: $\frac{4.2 \text{ cm}}{8.4 \text{ cm}} = 0.5 = 50\%$

3.7 a Steigungszahl für den Streckenabschnitt

AB: $0.05 = 5\%$

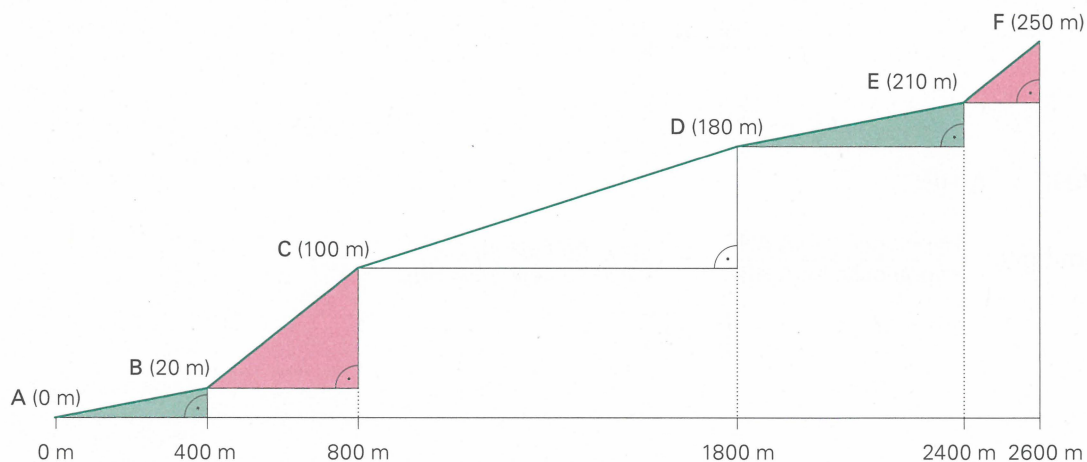
BC: $0.2 = 20\%$

CD: $0.08 = 8\%$

DE: $0.05 = 5\%$

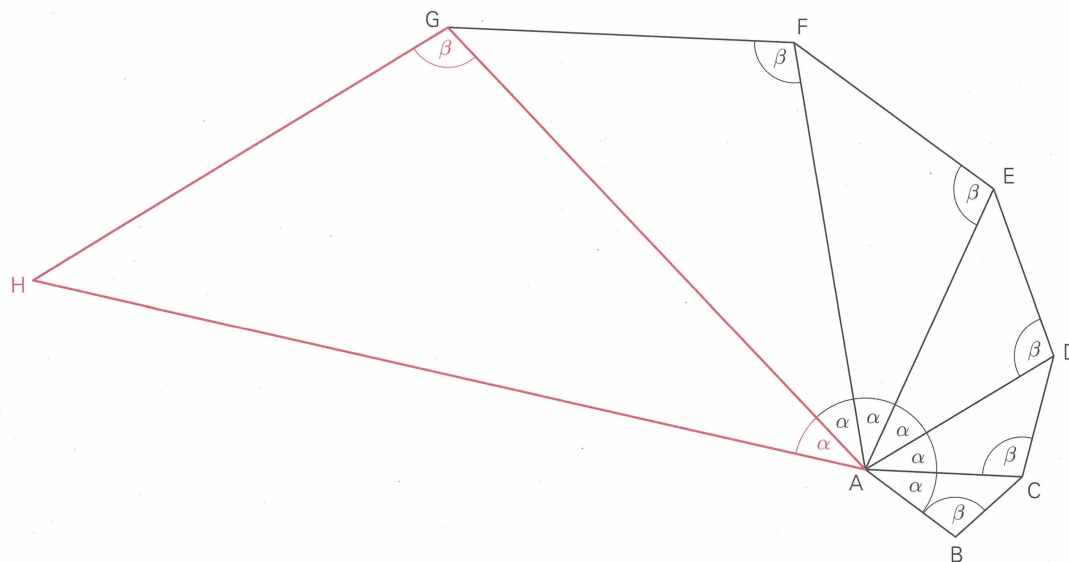
EF: $0.2 = 20\%$

b



c Mittlere Steigung von A nach F: $\frac{250 \text{ m}}{2600 \text{ m}} = 0.0961... \approx 10\%$

3.8 a



b Alle Dreiecke sind ähnlich (gleiche Winkel).

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{2.1}{1.5} = 1.4$$

$$\overline{GH} = 1.4 \cdot \overline{FG} = 1.4 \cdot 4.6 \text{ cm} = 6.44 \text{ cm}$$

3.9 Zum Tüfteln:

a $\triangle ABC \sim \triangle AHC$

$$\text{Somit gilt: } \frac{\text{Hypotenuse im } \triangle ABC}{\text{Hypotenuse im } \triangle AHC} = \frac{\text{kurze Kathete im } \triangle ABC}{\text{kurze Kathete im } \triangle AHC}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{b}{q}$$

$$cq = b^2$$

b $\triangle ABC \sim \triangle HBC$

$$\text{Somit gilt: } \frac{\text{Hypotenuse im } \triangle ABC}{\text{Hypotenuse im } \triangle HBC} = \frac{\text{lange Kathete im } \triangle ABC}{\text{lange Kathete im } \triangle HBC}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{p}$$

$$cp = a^2$$

c $\triangle AHC \sim \triangle HBC$

$$\text{Somit gilt: } \frac{\text{Hypotenuse im } \triangle AHC}{\text{Hypotenuse im } \triangle HBC} = \frac{\text{kurze Kathete im } \triangle AHC}{\text{kurze Kathete im } \triangle HBC}$$

$$\frac{h}{p} = \frac{q}{h}$$

$$h^2 = pq$$

4.1 Verkleinerungsfaktor: $\frac{1.2}{3.0} = 0.4$

$$\overline{FG} = 4.5 \text{ cm} \cdot 0.4 = 1.8 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 2.4 \text{ cm} \cdot 2.5 = 6 \text{ cm}$$

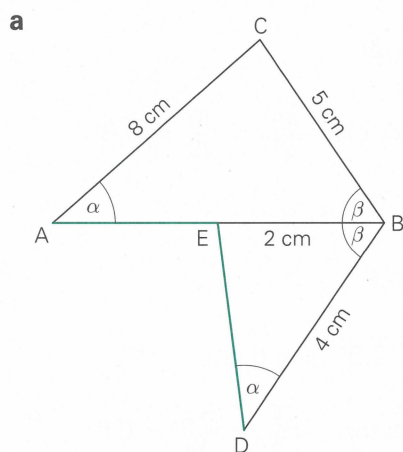


Ähnliche Figuren

Vergrößerungsfaktor: $\frac{1}{0.4} = 2.5$

4.2 Hinweise:

- Bei jeder der vier Teilaufgaben sind die beiden Teildreiecke ähnlich zueinander.
- Statt mit dem Vergrößerungsfaktor könnte auch mit dem entsprechenden Verkleinerungsfaktor gearbeitet werden.

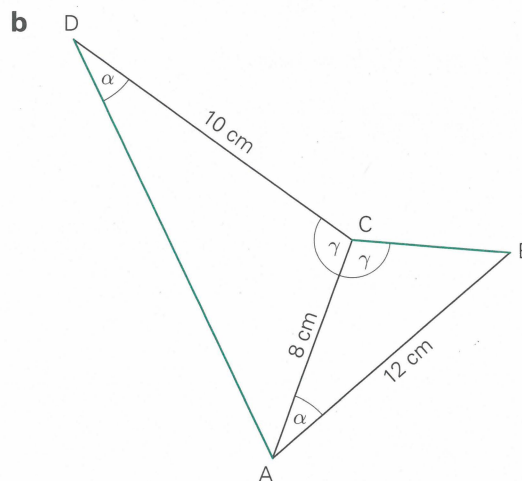


Ähnlichkeitsfaktor: $\frac{\overline{CB}}{\overline{EB}} = \frac{5}{2} = 2.5$

$$\overline{DE} = 8 \text{ cm} : 2.5 = 3.2 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = 4 \text{ cm} \cdot 2.5 = 10 \text{ cm}$$

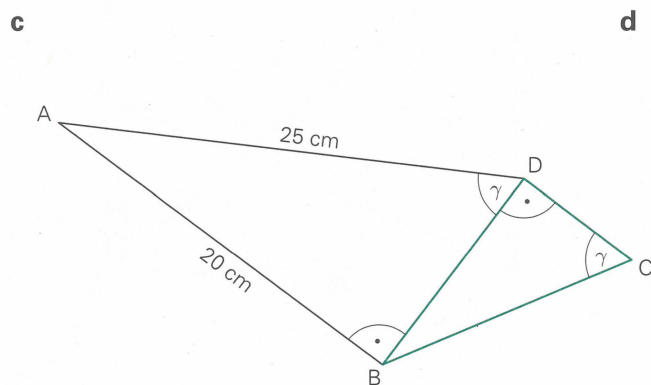
$$\overline{AE} = 10 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$



Ähnlichkeitsfaktor: $\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{8}{10} = 0.8$

$$\overline{BC} = 8 \text{ cm} \cdot 0.8 = 6.4 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 12 \text{ cm} : 0.8 = 15 \text{ cm}$$

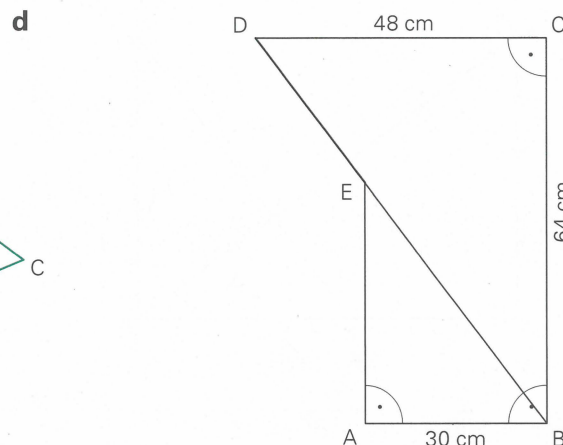


$$\overline{BC} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ cm}$$

Ähnlichkeitsfaktor: $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{15}{20} = 0.75$

$$\overline{BC} = 25 \text{ cm} \cdot 0.75 = 18.75 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 15 \text{ cm} \cdot 0.75 = 11.25 \text{ cm}$$



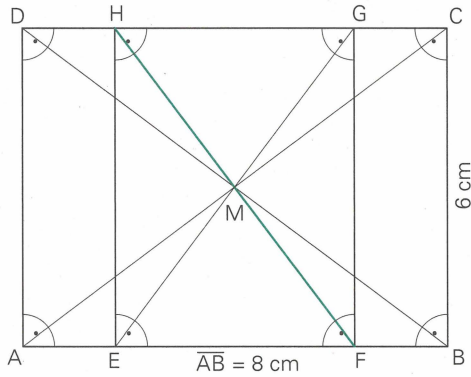
$$\overline{BD} = \sqrt{64^2 + 48^2} = 80 \text{ cm}$$

Ähnlichkeitsfaktor: $\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{48}{30} = 1.6$

$$\overline{BE} = 80 \text{ cm} : 1.6 = 50 \text{ cm}$$

$$\overline{DE} = 80 \text{ cm} - 50 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

4.3 a

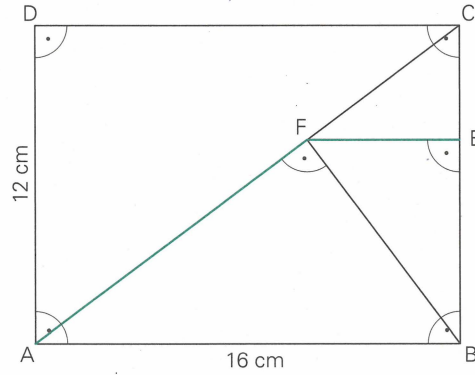


$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{8} = 0.75$$

$$\overline{EF} = 6 \text{ cm} \cdot 0.75 = 4.5 \text{ cm}$$

$$\overline{FH} = \sqrt{6^2 + 4.5^2} = 7.5 \text{ cm}$$

b



$$\overline{AC} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \text{ cm}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ABF$$

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{16}{20} = 0.8$$

$$\overline{AF} = 16 \text{ cm} \cdot 0.8 = 12.8 \text{ cm}$$

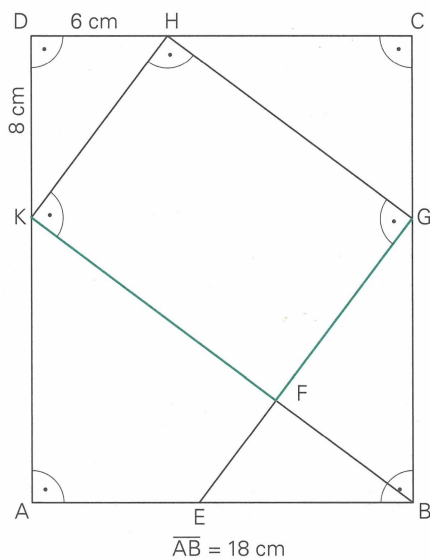
$$\triangle ABF \sim \triangle BEF$$

$$\overline{BF} = \sqrt{16^2 - 12.8^2} = 9.6 \text{ cm}$$

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{BF}}{\overline{AB}} = \frac{9.6}{16} = 0.6$$

$$\overline{EF} = 9.6 \text{ cm} \cdot 0.6 = 5.76 \text{ cm}$$

c



$$\overline{FG} = \overline{HK} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$$

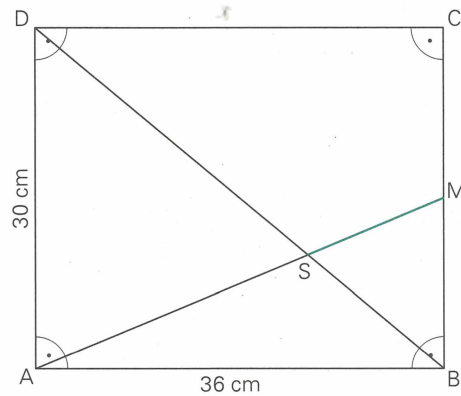
$$\overline{CH} = \overline{CD} - \overline{DH} = 12 \text{ cm}$$

$$\triangle KHD \sim \triangle GCH$$

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{CD}}{\overline{DK}} = \frac{12}{8} = 1.5$$

$$\overline{FK} = \overline{GH} = 10 \text{ cm} \cdot 1.5 = 15 \text{ cm}$$

d



$$\overline{AM} = \sqrt{36^2 + 15^2} = 39 \text{ cm}$$

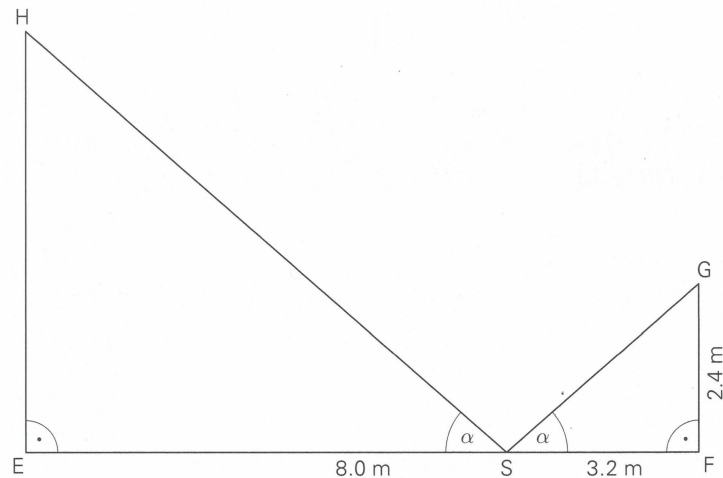
$$\triangle ASD \sim \triangle BMS$$

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{AD}}{\overline{BM}} = \frac{30}{15} = 2$$

$$\overline{AS} = \overline{MS} \cdot 2$$

$$\overline{MS} = \frac{\overline{AM}}{3} = 39 \text{ cm} : 3 = 13 \text{ cm}$$

4.4

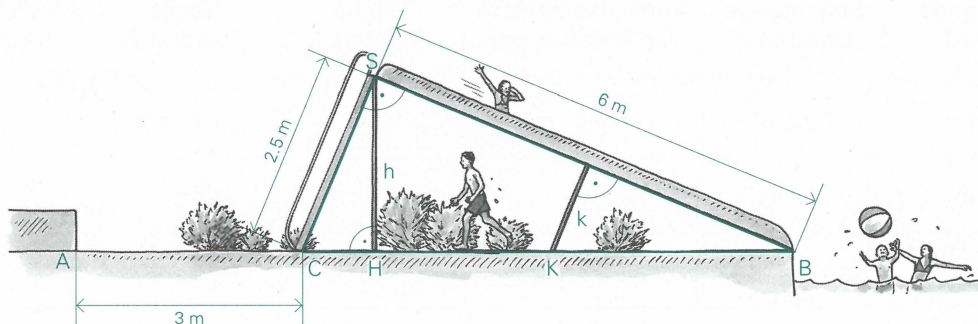


$$\triangle ESH \sim \triangle SFG$$

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{ES}}{\overline{SF}} = \frac{8}{3.2} = 2.5$$

$$\overline{EF} = 2.4 \text{ m} \cdot 2.5 = 6 \text{ m} \quad \overline{GS} = \sqrt{3.2^2 + 2.4^2} = 4, \text{ also } \overline{GS} = 4 \text{ m} \quad \overline{HS} = 4 \text{ m} \cdot 2.5 = 10 \text{ m}$$

4.5



a $\overline{AB} = 3.0 + \sqrt{6.0^2 + 2.5^2} = 3.0 + 6.5 = 9.5$
Die Breite des Platzes beträgt **9.5 m**.

b $\triangle CBS \sim \triangle HBS$

$$\text{Ähnlichkeitsfaktor: } \frac{\overline{BS}}{\overline{BC}} = \frac{6.0 \text{ m}}{6.5 \text{ m}} = 0.923\dots$$

$$\overline{BH} = 6.0 \cdot 0.923\dots = 5.538\dots$$

Die Stütze h wird **ungefähr 5.54 m** vom Beckenrand entfernt verankert.

c Minimale Länge der Stütze k: $2.5 \text{ m} \cdot 0.5 = 1.25 \text{ m}$
Entfernung der Stütze k vom Beckenrand: $\sqrt{3^2 + 1.25^2} = 3.25$
Die Stütze k wird **3.25 m** vom Rand des Beckens verankert.

d Steigungszahl der Rutschfläche: $\frac{\text{Länge der Stütze h}}{\overline{BH}} = \frac{2.307\dots}{5.538\dots} = 0.41666\dots$

Die Steigung der Rutschfläche beträgt **ungefähr 42%**.

4.6 a Ähnlichkeitsfaktor: 2

b

| Dreieck | 1 (innerstes Dreieck) | 2 | 3 | 4 | ... | 10 | ... | n |
|------------------|-----------------------------|----|----|-----|-----|------|-----|---------------------------|
| Seitenlänge [cm] | 5 | 10 | 20 | 40 | ... | 2560 | ... | $5 \cdot 2^{n-1}$ |
| Umfang [cm] | 15 | 30 | 60 | 120 | ... | 7680 | ... | $3 \cdot 5 \cdot 2^{n-1}$ |

5 -

6 -

7.1 Hinweis:

Es wird mit dem Ähnlichkeitsfaktor $\frac{\text{Quadrat 2}}{\text{Quadrat 1}}$ gerechnet.

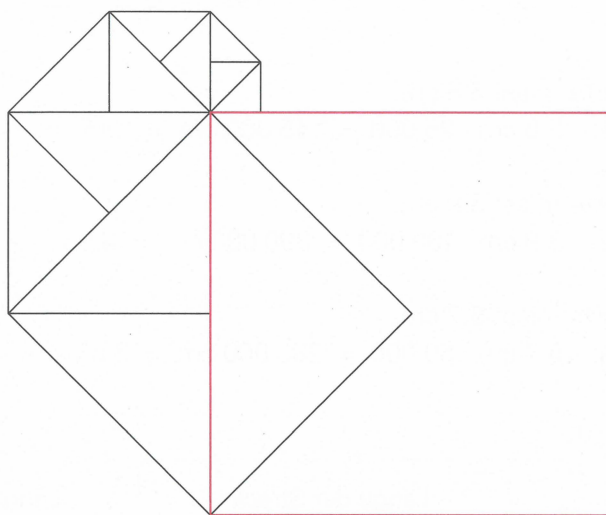
| | Seitenlänge Quadrat 1 | Seitenlänge Quadrat 2 | Ähnlichkeitsfaktor der Seitenlängen | Fläche Quadrat 1 | Fläche Quadrat 2 | Ähnlichkeitsfaktor der Flächen |
|---|--------------------------|--------------------------|--|---------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| a | 3 cm | 12 cm | 4 | 9 cm ² | 144 cm ² | 16 |
| b | 5 cm | 30 cm | 6 | 25 cm ² | 900 cm ² | 36 |
| c | 4 cm | 12 cm | 3 | 16 cm ² | 144 cm ² | 9 |
| d | 7 cm | 77 cm | 11 | 49 cm ² | 5929 cm ² | 121 |
| e | 6 cm | 4.8 cm | 0.8 | 36 cm ² | 23.04 cm ² | 0.64 |
| f | 20 cm | 6 cm | 0.3 | 400 cm ² | 36 cm ² | 0.09 |
| g | a | 3a | 3 | a ² | 9a ² | 9 |
| h | 8x | 16x | 2 | 64x ² | 256x ² | 4 |
| i | $\sqrt{5}$ cm | $\sqrt{10}$ cm | $\sqrt{2}$ | 5 cm ² | 10 cm ² | 2 |



Der Ähnlichkeitsfaktor

- 7.2 a** Ähnlichkeitsfaktor bei den Rechtecken: 0.5
 Ähnlichkeitsfaktor bei den Rhomben: 0.5
- b** Der Flächeninhalt des grünen Rechtecks beträgt $\frac{1}{16}$ des Flächeninhalts des Rechtecks ABCD.
 Flächeninhalt des grünen Rechtecks: 20 cm²
- c** Term für den Flächeninhalt des grünen Rechtecks: $\frac{a}{4} \cdot \frac{b}{4} = \frac{ab}{16}$
- d** Term für den Flächeninhalt des n-ten Rechtecks im Inneren: $\frac{ab}{2^{2n}}$

7.3 a



- b** Ähnlichkeitsfaktor: $\sqrt{2} = 1.414\dots$
- c** Neu gezeichnetes Quadrat: $U = 12 \cdot (\sqrt{2}^6) = 12 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ Umfang: 96 cm
 $A = 9 \cdot 26 = 9 \cdot 64$ Flächeninhalt: 576 cm²

| Nummer des Quadrates | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | 10 | ... | n |
|----------------------------------|----------------|--------------------|------------------------|------------------------|-----|---|-----|---------------------------------|
| Seitenlänge [cm] | a | $a \cdot \sqrt{2}$ | $a \cdot (\sqrt{2})^2$ | $a \cdot (\sqrt{2})^3$ | ... | $a \cdot (\sqrt{2})^9$ | ... | $a \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$ |
| Flächeninhalt [cm ²] | a ² | 2a ² | 4a ² | 8a ² | ... | 2 ⁹ a ² = 512a ² | ... | 2 ⁿ⁻¹ a ² |

- 7.4** – Vergrößerungsfaktor: ungefähr 1.41 = 141%
- *Mögliche Begründung:*
 Die Fläche des A3-Blattes ist doppelt so gross wie die Fläche des A4-Blattes. Deshalb müssen die Seiten des A4-Blattes mit dem Faktor $\sqrt{2} \approx 1.41$ vergrössert werden.

7.5 Zum Tüfteln:

a Ähnlichkeitsfaktor bezüglich Seitenlängen: $\frac{0.6 \text{ cm}}{1.2 \text{ cm}} = 0.5$

b Es kämen **108 Quadrate** hinzu.

c Anzahl hinzukommender Quadrate beim zehnten Schritt: $4 \cdot 3^9 = 78\,732$
 n-ten Schritt: $4 \cdot 3^{n-1}$

d Summe aller Quadratflächen: $A = s^2 + 4\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 12\left(\frac{s}{4}\right)^2 + 36\left(\frac{s}{8}\right)^2$
 $= s^2 + s^2 + \frac{3s^2}{4} + \frac{9s^2}{16} = \frac{53s^2}{16} = 3.3125s^2$

8.1 a Die Strecke auf der Karte misst 5.8 cm.

Die Länge der Luftlinie: $5.8 \text{ cm} \cdot 25\,000 = 145\,000 \text{ cm} = 1.45 \text{ km}$

b Die Strecke auf der Karte misst 3.9 cm.

Die Länge der Luftlinie: $3.9 \text{ cm} \cdot 100\,000 = 390\,000 \text{ cm} = 3.9 \text{ km}$

c Die Strecke auf der Karte misst 5.7 cm.

Die Länge der Luftlinie: $5.7 \text{ cm} \cdot 50\,000 = 285\,000 \text{ cm} = 2.85 \text{ km}$

8.2

| | Kartenmassstab | Länge der Strecke auf der Karte [cm] | Länge der Luftlinie [km] |
|----------|----------------|--------------------------------------|--------------------------|
| a | 1 : 100 000 | 6.8 | 6.8 |
| b | 1 : 60 000 | 8 | 4.8 |
| c | 1 : 50 000 | 12.2 | 6.1 |
| d | 1 : 25 000 | 60.8 | 15.2 |
| e | 1 : 500 000 | 16.8 | 84 |
| f | 1 : 60 000 | 9.6 | 5.76 |
| g | 1 : 25 000 | 25 | 6.25 |