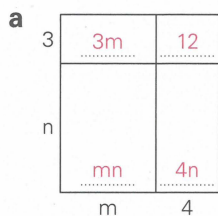


1.1

ganze Rechteckfläche

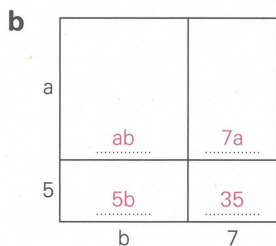
Teilflächen



$$(n + 3) \cdot (m + 4)$$

$$= mn + 3m + 4n + 12$$

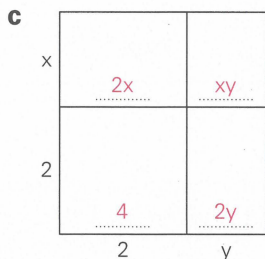
$$= mn + 3m + 4n + 12$$



$$(a + 5) \cdot (b + 7)$$

$$= ab + 7a + 5b + 35$$

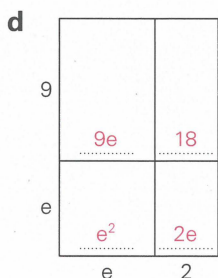
$$= ab + 7a + 5b + 35$$



$$(x + 2) \cdot (y + 2)$$

$$= xy + 2x + 2y + 4$$

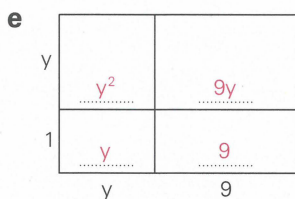
$$= xy + 2x + 2y + 4$$



$$(e + 9) \cdot (e + 2)$$

$$= e^2 + 9e + 2e + 18$$

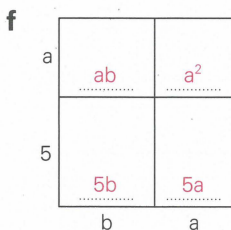
$$= e^2 + 11e + 18$$



$$(y + 1) \cdot (y + 9)$$

$$= y^2 + 9y + y + 9$$

$$= y^2 + 10y + 9$$



$$(a + 5) \cdot (a + b)$$

$$= a^2 + ab + 5a + 5b$$

$$= a^2 + ab + 5a + 5b$$

1.2 a $x^2 + 9x + 5x + 45 = x^2 + 14x + 45$

b $x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$

c $a^2 + ab + a + b = a^2 + a(b + 1) + b = a(a + b + 1) + b$

d $2c^2 + 6c + 7c + 21 = c^2 + 13c + 21$

e $8d + d^2 + 40 + 5d = d^2 + 13d + 40$

f $15b^2 + 3b + 30b + 6 = 15b^2 + 33b + 6$

g $2x^2 + xy + 4xy + 2y^2 = 2x^2 + 5xy + 2y^2$

h $15b^2 + 9ab + 5ab + 3a^2 = 3a^2 + 14ab + 15b^2$

i $7 + 7e + 3e + 3e^2 = 3e^2 + 10e + 7$



Termumformung 1

1.3

$(x + 1)(x + 7)$	$x^2 + 12x + 27$
$(x + 4)(x + 5)$	$x^2 + 6x + 8$
$(x + 2)(x + 4)$	$x^2 + 4x + 20$
$(x + 9)(x + 3)$	$x^2 + 13x + 40$
$(x + 7)(x + 6)$	$x^2 + 2x + 8$
$(x + 5)(x + 8)$	$x^2 + 8x + 7$
	$x^2 + 3x + 42$
	$x^2 + 9x + 20$
	$x^2 + 13x + 42$
	$x^2 + 6x + 27$

1.4 A: $(a + 6)(a + 4) = a^2 + 10a + 24$

E: $(a + 12)(a + 2) = a^2 + 14a + 24$

B: $a^2 + 14a + 24 = a^2 + 14a + 24$

F: $a(10 + a) + 24 = a^2 + 10a + 24$

C: $a(a + 14) + 24 = a^2 + 14a + 24$

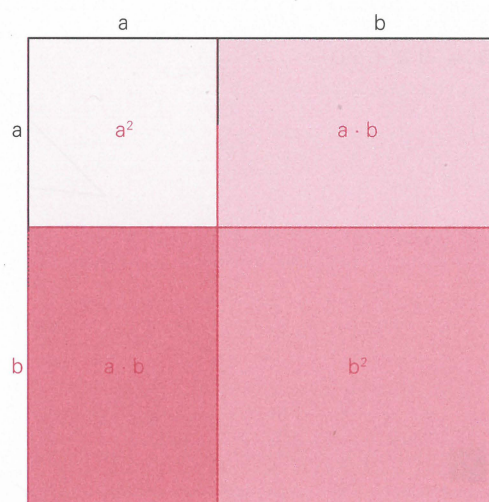
G: $a^2 + 2(5a + 12) = a^2 + 10a + 24$

D: $a^2 + 10a + 24 = a^2 + 10a + 24$

H: $a^2 + 2(12 + 7a) = a^2 + 14a + 24$

Gleichwertige Terme: $A = D = F = G$
 $B = C = E = H$

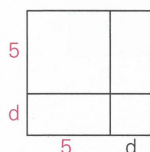
1.5 –



– $(a + b)(a + b) = a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2$

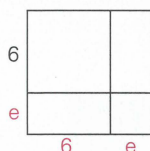
– $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

1.6 a



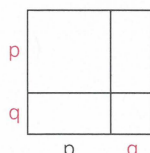
$(d + 5)^2 = (d + 5)(d + 5) = d^2 + 5d + 5d + 5^2$
 $= d^2 + 10d + 25$

b



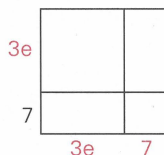
$(6 + e)^2 = (6 + e)(6 + e) = 6^2 + 6e + 6e + e^2$
 $= e^2 + 12e + 36$

c



$(p + q)^2 = (p + q)(p + q) = p^2 + pq + pq + q^2$
 $= p^2 + 2pq + q^2$

d



$$(7 + 3e)^2 = (7 + 3e)(7 + 3e) = 7^2 + 21e + 21e + (3e)^2$$

$$= 9e^2 + 42e + 49$$

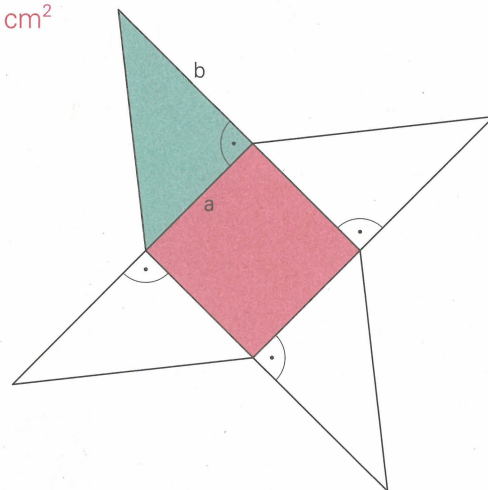
1.7 a Flächeninhalt: $A = 64 + 4 \cdot \frac{8 \cdot 10}{2} = 224$, also $A = 224 \text{ cm}^2$

b $A = a^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$

c $A = a^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2} = a^2 + 2ab = a(a + 2b)$

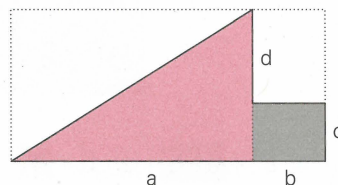
$$A = a^2 + 2ab = a(a + 2b)$$

$$A = a(a + 2b) = a^2 + 2ab$$

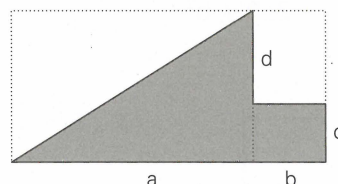


1.8 a $A = 80 \text{ cm}^2$

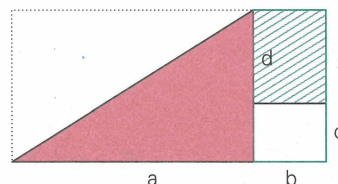
b Term 1: $A = \frac{a(c+d)}{2} + bc$



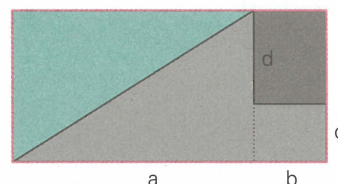
Term 2: $A = a(c+d) + \frac{bc}{2}$



Term 3: $A = \frac{a(c+d)}{2} + b(c+d) - bd$

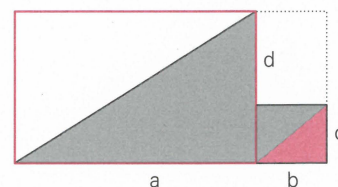


Term 4: $A = (a+b)(c+d) - \frac{a(c+d)}{2} - bd$



Begründung:

Term 2 ist falsch, denn

– $a(c + d)$ entspricht der Fläche des rot umrandeten Rechtecks,– $\frac{bc}{2}$ entspricht der Fläche des roten Dreiecks.

Die Summe dieser beiden Flächen entspricht nicht der gegebenen Figur.

2.1 a $A = (y + 7)(y + 4)$

4	4y	28
y	y ²	7y
	y	7

b $A = (a + 6)(a + 4)$

4	4a	24
a	a ²	6a
	a	6

c $A = (x + 3)^2$

3	9	3x
x	3x	x ²
	3	x

2.2 $(x + 1)(x + 36) = x^2 + 37x + 36$

$(x + 2)(x + 18) = x^2 + 20x + 36$

$(x + 3)(x + 12) = x^2 + 15x + 36$

$(x + 4)(x + 9) = x^2 + 13x + 36$

$(x + 6)(x + 6) = x^2 + 12x + 36$

2.3 a $x^2 + 12x + 35 = (x + 7)(x + 5)$

b $a^2 + 12a + 27 = (a + 3)(a + 9)$

c $y^2 + 9y + 18 = (y + 6)(y + 3)$

d $x^2 + 15x + 44 = (x + 4)(x + 11)$

e $b^2 + 16b + 64 = (b + 8)(b + 8) = (b + 8)^2$

f $y^2 + 11y + 10 = (y + 10)(y + 1)$

g $a^2 + 10a + 16 = (a + 2)(a + 8)$

h $b^2 + 12b + 36 = (b + 6)(b + 6) = (b + 6)^2$



Termumformung 2

2.4 a $x = 2$

b $x = 0.5$

c $x = 5$

d $x = 2$

e $x = 3$

f $x = 0$

g $x = 1$

h $x = 2$

i $x = -\frac{36}{5} = -7.2$

k $x = -4$



Gleichungen 1

3 -

4.1 a $(x-2)(x+5) = x^2 + 5x - 2x - 10 = x^2 + 3x - 10$

b $(x+5)(y-9) = xy - 9x + 5y - 45$

c $(2a-b)(a-2b) = 2a^2 - 4ab - ab + 2b^2 = 2a^2 - 5ab + 2b^2$

d $(c+7)(3-c) = 3c - c^2 + 21 - 7c = -c^2 - 4c + 21$

e $(d-5)^2 = d^2 - 10d + 25$

f $(3b-6)(5b+1) = 15b^2 + 3b - 30b - 6 = 15b^2 - 27b - 6$

g $(x-4y)(2x-3) = 2x^2 - 3x - 8xy + 12y$

h $(6-e)^2 = 36 - 12e + e^2 = e^2 - 12e + 36$

i $(2x-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$

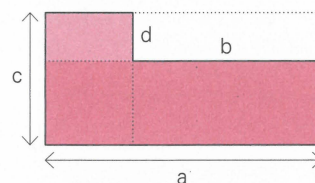
k Binomische Formel: Aufgaben e, h und i



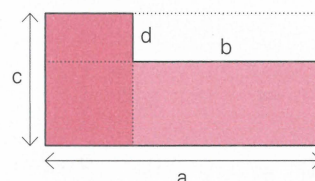
Termumformung 3

4.2 a

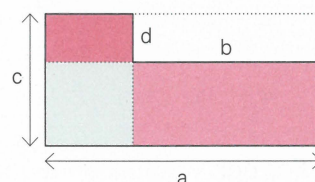
Term 1: $a(c-d) + d(a-b)$



Term 2: $c(a-b) + b(c-d)$



Term 3: $d(a-b) + b(c-d) + (c-d)(a-b)$

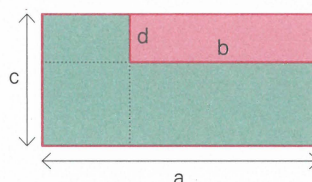


b $a(c-d) + d(a-b) = ac - ad + ad - bd = ac - bd$

$c(a-b) + b(c-d) = ac - bc + bc - bd = ac - bd$

$d(a-b) + b(c-d) + (c-d)(a-b) = ad - bd + bc - bd + ac - bc - ad + bd = ac - bd$

c Einfachster Term: $ac - bd$



4.3 a $(x+1)(x+12) = x^2 + 13x + 12$

$(x+2)(x+6) = x^2 + 8x + 12$

$(x+3)(x+4) = x^2 + 7x + 12$

$(x-1)(x-12) = x^2 - 13x + 12$

$(x-2)(x-6) = x^2 - 8x + 12$

$(x-3)(x-4) = x^2 - 7x + 12$

b $(x-1)(x+12) = x^2 + 11x - 12$

$(x+1)(x-12) = x^2 - 11x - 12$

$(x-2)(x+6) = x^2 + 4x - 12$

$(x+2)(x-6) = x^2 - 4x - 12$

$(x-3)(x+4) = x^2 + x - 12$

$(x+3)(x-4) = x^2 - x - 12$

Hinweis:

Es gibt keine weiteren Lösungen mit ganzen Zahlen.

4.4 a $x^2 - 6x - 27 = (x + 3)(x - 9)$

b $a^2 - 9a + 14 = (a - 2)(a - 7)$

c $y^2 + 3y - 18 = (y + 6)(y - 3)$

d $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

e $b^2 - b - 2 = (b + 1)(b - 2)$

f $y^2 - 13y + 40 = (y - 5)(y - 8)$

g $a^2 + 4a - 45 = (a + 9)(a - 5)$

h $b^2 - 2b + 1 = (b - 1)^2$

i Binomische Formel: Aufgaben d und h



Termumformung 4

4.5 a $x = 1$

b $x = -10$

c $x = 0$



Gleichungen 2

4.6 a $9^2 + 9 + 10 = 10^2$ ✓

$10^2 + 10 + 11 = 11^2$ ✓

– $11^2 + 11 + 12 = 12^2$

$12^2 + 12 + 13 = 13^2$

– $a^2 + a + (a + 1) = (a + 1)^2$

– $a^2 + 2a + 1 = a^2 + 2a + 1$

b – $5 \cdot 7 + 1 = 6^2$ ✓

$6 \cdot 8 + 1 = 7^2$ ✓

– $7 \cdot 9 + 1 = 8^2$

$8 \cdot 10 + 1 = 9^2$

– $b \cdot (b + 2) + 1 = (b + 1)^2$

– $b^2 + 2b + 1 = b^2 + 2b + 1$

c Zum Tüfteln:

– $(2 + 3)^2 = 4 \cdot 2 \cdot 3 + 1$ ✓

$(3 + 4)^2 = 4 \cdot 3 \cdot 4 + 1$ ✓

– $(4 + 5)^2 = 4 \cdot 4 \cdot 5 + 1$

$(5 + 6)^2 = 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1$

– $(x + (x + 1))^2 = (2x + 1)^2$

– $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

d Zum Tüfteln:

– $15^2 = 10 \cdot 20 + 25$ ✓

$25^2 = 20 \cdot 30 + 25$ ✓

$35^2 = 30 \cdot 40 + 25$ ✓

– $45^2 = 40 \cdot 50 + 25$

$55^2 = 50 \cdot 60 + 25$

– $y^2 = (y - 5)(y + 5) + 25$

– $y^2 = y^2 - 5^2 + 5^2$

$y^2 = y^2$

Anmerkung:

Die algebraischen Terme links und rechts des Gleichheitszeichens werden so lange umgeformt, bis man erkennen kann, dass sie äquivalent sind. Mit Ausnahme der letzten Zeile sind die gesetzten Gleichheitszeichen eigentlich nicht sicher, also könnte man sie mit einem Fragezeichen versehen: $\stackrel{?}{=}$.

4.7 1. Zahl: $x + 8$
 2. Zahl: x
 Gleichung: $(x + 8)^2 - x^2 = 264$
 $x = 12.5$

Die beiden Zahlen sind 12.5 und 20.5.

4.8 Ursprüngliche Zahl: x
 Neue Zahl: $x - 7$
 Gleichung: $(x - 7)^2 + 525 = x^2$
 $x = 41$

Die ursprüngliche Zahl ist 41, die neue Zahl lautet 34.

4.9 Ursprüngliche Anzahl der Quadrate in jeder Spalte und Zeile: x
 Neue Anzahl der Quadrate in jeder Spalte und Zeile: $x - 13$
 Gleichung: $(x - 13)^2 = x^2 - 741$
 $x = 35$
 Anzahl Quadrate: $35^2 = 1225$

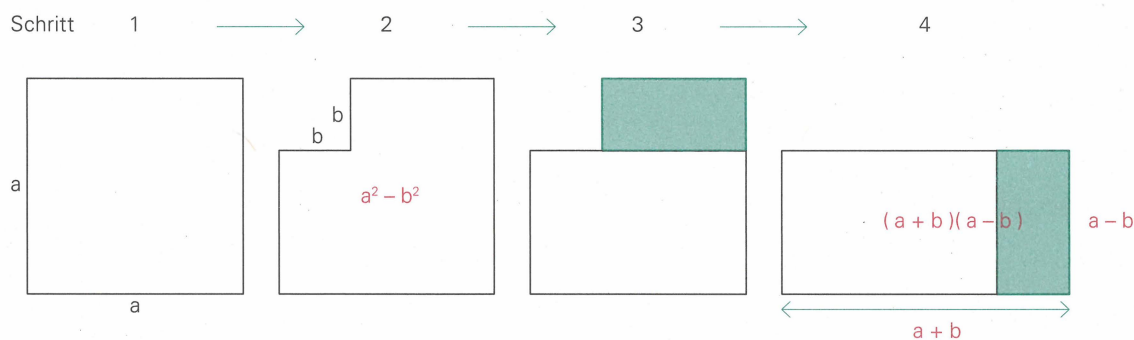
Ursprünglich sind 1225 Quadrate vorhanden.

4.10 Zum Tüfteln:
a Die Leiter ist in Stellung ① und ② gleich lang. Somit gilt mit dem Satz von Pythagoras:
 $x^2 + 60^2 = (x + 14)^2 + 52^2$
 $x = 25$

b Länge der Leiter: $\sqrt{60^2 + 25^2} = 65$
 Die Leiter misst 65 dm.

5.1 a -

- b** – Flächeninhalt von Figur 2: $a^2 - b^2$
 – Länge von Figur 4: $a + b$
 Breite von Figur 4: $a - b$
 Flächeninhalt von Figur 4: $(a + b)(a - b)$



- c** Die Flächeninhalte der Figuren 2 und 4 sind gleich.

Hinweis:

Somit ist die Richtigkeit der binomischen Formel $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ nachgewiesen.

5.2 a $a^2 - 64 = (a + 8)(a - 8)$

b $1 - b^2 = (1 + b)(1 - b)$

c $x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$

d $y^2 - 25 = (y + 5)(y - 5)$

e $81 - a^2 = (9 + a)(9 - a)$

f $x^2 - 256 = (x + 16)(x - 16)$

g $4y^2 - 169 = (2y + 13)(2y - 13)$

h $9 - a^2 = (3 + a)(3 - a)$

i $16b^2 - 441 = (4b + 21)(4b - 21)$



Termumformung 5

- 5.3**
- a** $3x^2 + 30x + 72 = 3(x^2 + 10x + 24) = 3(x + 4)(x + 6)$
 - b** $6y^2 - 18y - 60 = 6(y^2 - 3y - 10) = 6(y - 5)(y + 2)$
 - c** $5m^2 + 30m + 45 = 5(m^2 + 6m + 9) = 5(m + 3)^2$
 - d** $9d^2 - 36d + 36 = 9(d^2 - 4d + 4) = 3^2(d - 2)^2 = (3(d - 2))^2$
 - e** $3x^2 + 12xy + 12y^2 = 3(x^2 + 4xy + 4y^2) = 3(x + 2y)^2$
 - f** $17a^2 - 68b^2 = 17(a^2 - 4b^2) = 17(a - 2b)(a + 2b)$
 - g** $242 + 22x + 22y + 2xy = 2(11^2 + 11x + 11y + xy) = 2(11 + x)(11 + y)$
 - h** $54a^2 + 36ab - 18b^2 = 18(3a^2 + 2ab - b^2) = 18(a + b)(3a - b)$
 - i** $3c^2 - 12 = 3(c^2 - 2^2) = 3(c + 2)(c - 2)$

6.1

- a** $\frac{y^2 + 10y + 21}{4y + 12} = \frac{(y+3)(y+7)}{4(y+3)} = \frac{y+7}{4}$
- b** $\frac{x^2 + 9x + 20}{x^2 + 5x} = \frac{(x+4)(x+5)}{x(x+5)} = \frac{x+4}{x}$
- c** $\frac{a^2 - 7a + 12}{a^2 - 6a + 9} = \frac{(a-3)(a-4)}{(a-3)^2} = \frac{a-4}{a-3}$
- d** $\frac{64 - x^2}{5x + 40} = \frac{(8-x)(8+x)}{5(x+8)} = \frac{8-x}{5}$
- e** $\frac{x^2 - 16x + 63}{x^2 - 4x - 21} = \frac{(x-7)(x-9)}{(x-7)(x+3)} = \frac{x-9}{x+3}$
- f** $\frac{b^2 - a^2}{a + b} = \frac{(b-a)(b+a)}{a+b} = b - a$
- g** $\frac{y^2 - 1}{y^2 + 2y + 1} = \frac{(y-1)(y+1)}{(y+1)^2} = \frac{y-1}{y+1}$
- h** $\frac{2a^2 + 6a}{a^2 - 2a - 15} = \frac{2a(a+3)}{(a+3)(a-5)} = \frac{2a}{a-5}$
- i** $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4}$
- k** $\frac{36x^2 - 16}{8 + 14x + 3x^2} = \frac{4(9x^2 - 4)}{(3x+2)(x+4)} = \frac{4(3x-2)(3x+2)}{(3x+2)(x+4)} = \frac{4(3x-2)}{(x+4)}$
- l** $\frac{7a^2 - 63}{14a^2 + 70a + 84} = \frac{7(a^2 - 3^2)}{14(a^2 + 5a + 6)} = \frac{7(a-3)(a+3)}{2 \cdot 7(a+3)(a+2)} = \frac{a-3}{2(a+2)}$
- m** $\frac{4r^2 + 40rs + 100s^2}{40s + 10r + 8rs + 2r^2} = \frac{4(r^2 + 10rs + (5s)^2)}{2(20s + 5r + 4rs + r^2)} = \frac{2 \cdot 2(r+5s)^2}{2(4s+r)(5+r)} = \frac{2(r+5s)^2}{(4s+r)(5+r)}$



Bruchterme kürzen