

1 -

- 2.1 a 5% = 0.05 d 10.5% = 0.105 g 65% = 0.65
 b 13% = 0.13 e 14.9% = 0.149 h 3.75% = 0.0375
 c 2.75% = 0.0275 f 0.25% = 0.0025 i 12.25% = 0.1225

2.2 a

Kontostand K_0 am 31.12. [CHF]	Zinssatz p	Zinsoperator f	Bruttozins Z_B [CHF]	Verrechnungssteuer [CHF]	Nettozins Z_N [CHF]	Kontostand nach Zinsabschluss K_E [CHF]
25 100	3%	0.03	753	263.55	489.45	25 589.45
9400	4.5%	0.045	423	148.05	274.95	9674.95
7920	2.5%	0.025	198	-	198	8118
12 000	1.75%	0.0175	210	73.50	136.50	12 136.50
64 800	5.25%	0.0525	3402	1190.70	2211.30	67 011.30

b Formel mit Zinssatz p : $Z_B = K_0 \cdot \frac{p}{100} = \frac{K_0 \cdot p}{100}$

Formel mit Zinsoperator f : $Z_B = K_0 \cdot f$

c $Z_N = K_0 \cdot \frac{p}{100} - K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot 0.35 = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot (1 - 0.35) = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot 0.65$

$Z_N = \frac{K_0 \cdot p \cdot 0.65}{100}$



Kontostand

2.3

- a Rückzahlung:
 Bank X: $15\,000 + 15\,000 \cdot (0.125 + 0.015) = \text{CHF } 17\,100$
 Bank Y: $15\,000 + 15\,000 \cdot 0.12 + 200 = \text{CHF } 17\,000$

- b $K = \text{CHF } 10\,000$: Die beiden Banken sind gleich günstig.
 $K < \text{CHF } 10\,000$: Die Bank X ist günstiger.
 $K > \text{CHF } 10\,000$: Die Bank Y ist günstiger.

3 -

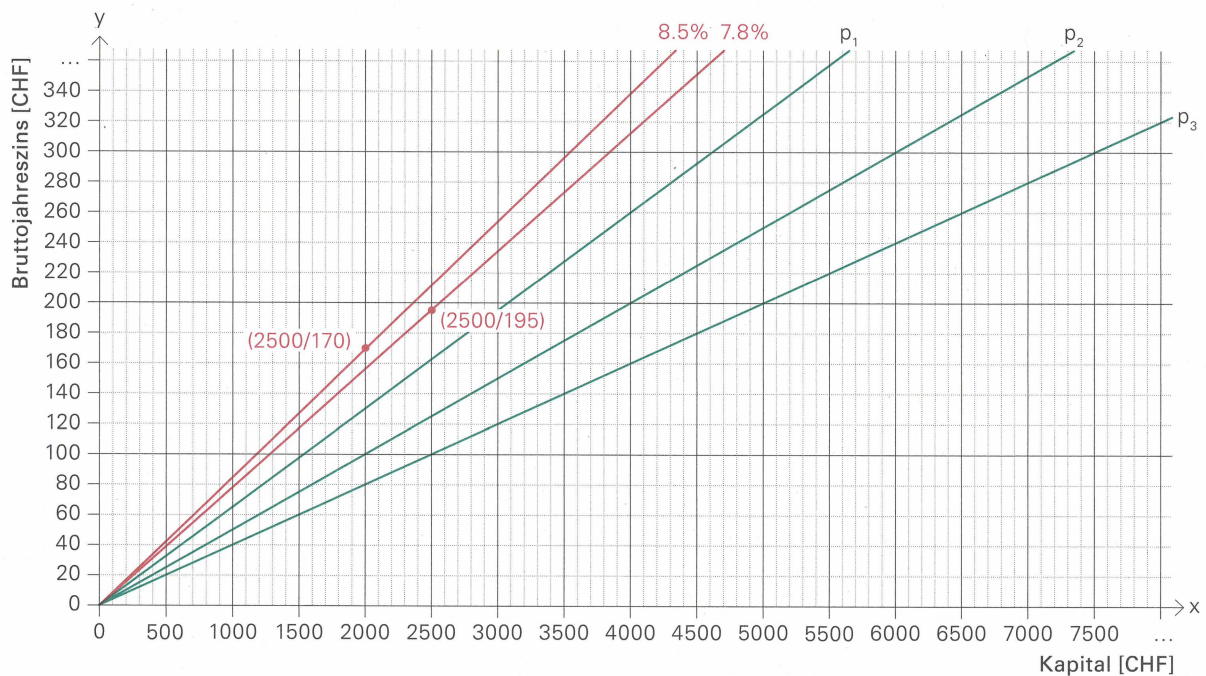
4.1 a Mögliche Antwort:

Die Grafik zeigt, wie der Bruttojahreszins mit zunehmendem Kapital bei drei verschiedenen Zinssätzen wächst.

$$b \quad p = \frac{Z_B \cdot 100}{K}$$

Wahl geeigneter Punkte im Diagramm: Punkt 1 (4000/260) $p_1 = 6.5\%$
 Punkt 2 (4000/200) $p_2 = 5\%$
 Punkt 3 (5000/200) $p_3 = 4\%$

$$c, d \quad p = \frac{195 \cdot 100}{2500} = 7.8\%$$



$$4.2 \quad a \quad \text{Zinsoperator: } f = \frac{93.75}{7500} = 0.0125$$

$$\text{Zinssatz } p: \quad p = \frac{93.75 \cdot 100}{7500} = 1.25\%$$

$$b - \quad Z_B = K_0 \cdot f$$

$$- \quad f = \frac{Z_B}{K_0}$$

4.3

	Kapital K_0 [CHF]	Bruttojahreszins Z_B [CHF]	Zinsoperator f	Zinssatz p
a	6540	261.60	0.04	4%
b	950	23.75	0.025	2.5%
c	4980	186.75	0.0375	3.75%
d	32 714	4089.25	0.125	12.5%

4.4 Der Jahreszins muss CHF 134 betragen.

$$\text{Zinsoperator } f = \frac{134}{6666} = 0.0201\dots$$

Der Zinssatz müsste **mehr als 2%** betragen.

Hinweis:

Bei einem Zinssatz von 2% müsste Anja noch ungefähr CHF 0.70 dazulegen.

4.5 Nettozins: $Z_N = K_0 \cdot f \cdot 0.65$
Kontostand: $K_E = K_0 + Z_N = K_0 + K_0 \cdot f \cdot 0.65$

$$\text{Zinsoperator: } f = \frac{K_E - K_0}{K_0 \cdot 0.65}$$

4.6 Nettojahreszins: CHF 780

$$\text{Berechnung mit Zinsoperator } f: f = \frac{Z_N}{K_0 \cdot 0.65} = \frac{780}{15\,000 \cdot 0.65} = 0.08$$

$$\text{Berechnung mit Zinssatz } p: p = \frac{Z_N \cdot 100}{K_0 \cdot 0.65} = \frac{780 \cdot 100}{15\,000 \cdot 0.65} = 8$$

Der Zinssatz beträgt **8%**.

4.7

	Kapital zu Jahresbeginn K_0 [CHF]	Zinssatz p	Zinsoperator f	Bruttोजahreszins Z_B [CHF]	Verrechnungssteuer [CHF]	Nettojahreszins Z_N [CHF]	Kontostand am Jahresende K_E [CHF]
a	7800	7.5%	0.075	585	204.75	380.25	8180.25
b	9600	2.5%	0.025	240	84	156	9756
c	8000	5.5%	0.055	440	154	286	8286
d	125 400	4%	0.04	5016	1755.60	3260.40	128 660.40
e	3400	14%	0.14	476	166.60	309.40	3709.40
f	8900	6%	0.06	534	186.90	347.10	9247.10

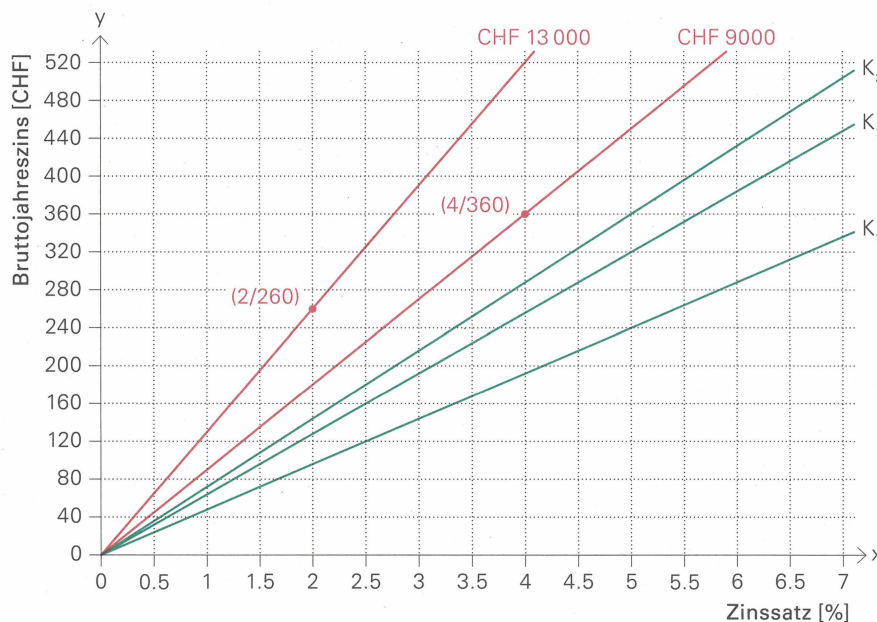
4.8 a Mögliche Antwort:

Das Diagramm zeigt, wie der Bruttोजahreszins mit zunehmendem Zinssatz bei drei verschiedenen Kapitalien wächst.

b $K_0 = \frac{Z_B \cdot 100}{p}$

Wahl geeigneter Punkte im Diagramm: Punkt 1(5/240) $K_1 = \text{CHF } 4800$
 Punkt 2(5/320) $K_2 = \text{CHF } 6400$
 Punkt 3(5/360) $K_3 = \text{CHF } 7200$

c, d



Bruttोजahreszins $Z_B = 169 : 0.65 = \text{CHF } 260$

$K_0 = \frac{Z_B \cdot 100}{p} = \frac{260 \cdot 100}{2} = 13\ 000$

Das Kapital beträgt CHF 13 000.

$$4.9 \quad a \quad K_0 = \frac{Z_B}{f}$$

b

Bruttोजahreszins Z_B [CHF]	Zinssatz p	Zinsoperator f	Kapital K_0 [CHF]
896.40	3%	0.03	29 880
1237.80	2.5%	0.025	49 512
41.40	5.75%	0.0575	720
199.90	0.5%	0.005	39 980

$$4.10 \quad K_0 = \frac{Z_N}{0.65 \cdot f} = \frac{358.80}{0.65 \cdot 0.03} = 18\,400$$

Das Guthaben beträgt Ende Jahr CHF 18 758.80.

$$4.11 \quad K_0 = \frac{Z_N}{0.65 \cdot f} = \frac{599}{0.65 \cdot 0.025} = 36\,861.538\dots$$

Das Kapital muss anfangs Jahr mindestens CHF 36 861.55 betragen.

$$4.12 \quad a \quad K_0 = \frac{K_E}{1+f} = \frac{K_E}{1.025} = \frac{6560}{1.025} = 6400$$

Das Kapital betrug zu Jahresbeginn CHF 6400.

$$b \quad K_E = K_0 + Z_N = K_0 + K_0 \cdot f \cdot 0.65 = K_0(1 + f \cdot 0.65)$$

$$K_0 = \frac{K_E}{1 + f \cdot 0.65}$$

$$4.13 \quad a \quad K_0 = \frac{K_E}{1 + f \cdot 0.65}$$

$$K_0 = \frac{20\,520}{1.026} = 20\,000$$

Das Kapital betrug zu Jahresbeginn CHF 20 000.

4.14  Kapital, Zinssatz, Jahreszins

5 -

- 6.1 a 27 Tage: CHF 10.80 d 243 Tage: CHF 97.20 g 189 Tage: CHF 75.60
 b 198 Tage: CHF 79.20 e 351 Tage: CHF 140.40 h 252 Tage: CHF 100.80
 c 36 Tage: CHF 14.40 f 99 Tage: CHF 39.60 i 81 Tage: CHF 32.40

- 6.2 a $(8 \cdot 30 - 18) - 0 = 222$ Tage
 b $(10 \cdot 30 - 4) - (5 \cdot 30 - 9) = 296 - 141 = 155$ Tage
 c $(12 \cdot 30 - 21) - (10 \cdot 30 - 15) = 339 - 285 = 54$ Tage
 d $(4 \cdot 30 - 26) - (1 \cdot 30 - 27) = 94 - 3 = 91$ Tage
 e $(11 \cdot 30 - 11) - (2 \cdot 30 - 9) = 319 - 51 = 268$ Tage
 f $(6 \cdot 30 - 30) - (3 \cdot 30 - 13) = 150 - 77 = 73$ Tage
 g $(9 \cdot 30 - 8) - (6 \cdot 30 - 30) = 262 - 150 = 112$ Tage

6.3

	Kapital K [CHF]	Zinssatz p	Laufzeit		Laufzeit t [Tage]	Marchzins MZ [CHF]
			vom	bis		
a	1650	2%	9. Jan.	25. April	106	~9.72
b	16 920	5%	19. März	7. Aug.	138	324.30
c	540	2.75%	7. Mai	1. Okt.	144	5.94
d	25 200	4.5%	27. Juni	16. Nov.	139	437.85
e	7500	3%	12. Okt.	6. Dez.	54	33.75
f	32 400	12.5%	8. Feb.	17. Juli	159	1788.75

- 6.4 Anzahl Tage: $(5 \cdot 30 - 3) - (4 \cdot 30 - 27) = 147 - 93 = 54$ Tage

Überziehungszins: $900 \cdot 0.095 : 360 \cdot 54 = 12.825$

Der Überziehungszins beträgt CHF 12.85 oder CHF 12.80, je nach Rundungsregel der Bank.

6.5 a Der Saldo am 6. Januar betrug CHF 2900.

b

Tag	Monat	Text	Zinssatz	Gutschrift [CHF]	Lastschrift [CHF]	Saldo [CHF]	Laufzeit [Tage]	Marchzins [CHF]
7	Jan.	Bankomat	2 %		300.00	2600.00	36	5.20
13	Feb.	Auszahlung	2 %		2100.00	500.00		
30	März	Einzahlung	2 %	250.00		750.00	47	~1.31
18	April	Bankomat	2 %		450.00	300.00	18	0.75
1	Juni	neuer Zinssatz	2.5 %			300.00	43	~0.72
25	Juli	Einzahlung	2.5 %	800.00		1100.00	54	~1.13
31	Aug.	Auszahlung	2.5 %		500.00	600.00	35	~2.67

6.6 a $MZ = \frac{K \cdot f \cdot L}{360}$

b $K = \frac{MZ \cdot 360}{f \cdot L}$

$$f = \frac{MZ \cdot 360}{K \cdot L}$$

$$L = \frac{MZ \cdot 360}{K \cdot f}$$

6.7 a $-L = \frac{MZ \cdot 360}{K \cdot f} = \frac{139 \cdot 360}{6255 \cdot 0.025} = 320$

Nach 320 Tagen

- 320 Tage = 10 Monate 20 Tage

Es handelt sich um den 20. Oktober.

b 1. Januar bis 12. Juli: 191 Tage
 Marchzins für CHF 6255: $MZ = \frac{6255 \cdot 0.025 \cdot 191}{360} = 82.965625 \approx 82.95$

12. Juli bis 31. Dezember: 168 Tage
 Marchzins für CHF 6116: $MZ = \frac{6116 \cdot 0.025 \cdot 168}{360} = 71.353... \approx 71.35$

Kontostand am Jahresende: $6116 + 82.95 + 71.35 = 6270.30$

Der Kontostand beträgt CHF 6270.30.

6.8 Billettkosten: CHF 15 · 19 = CHF 285

Kapital K: CHF 279

Marchzins MZ: CHF 6

Laufzeit L: 1. Januar bis 17. Juli: 196 Tage

$$\text{Zinsoperator: } f = \frac{\text{MZ} \cdot 360}{\text{K} \cdot \text{L}} = \frac{6 \cdot 360}{279 \cdot 196} = 0.0394\dots$$

Der Zinssatz sollte **mindestens 4%** betragen.

6.9 a 5 Monate: CHF 74.75

c 9 Monate: CHF 134.55

e 4 Monate: CHF 59.80

b 1 Monat: CHF 14.95

d 10 Monate: CHF 149.50

f 11 Monate: CHF 164.45

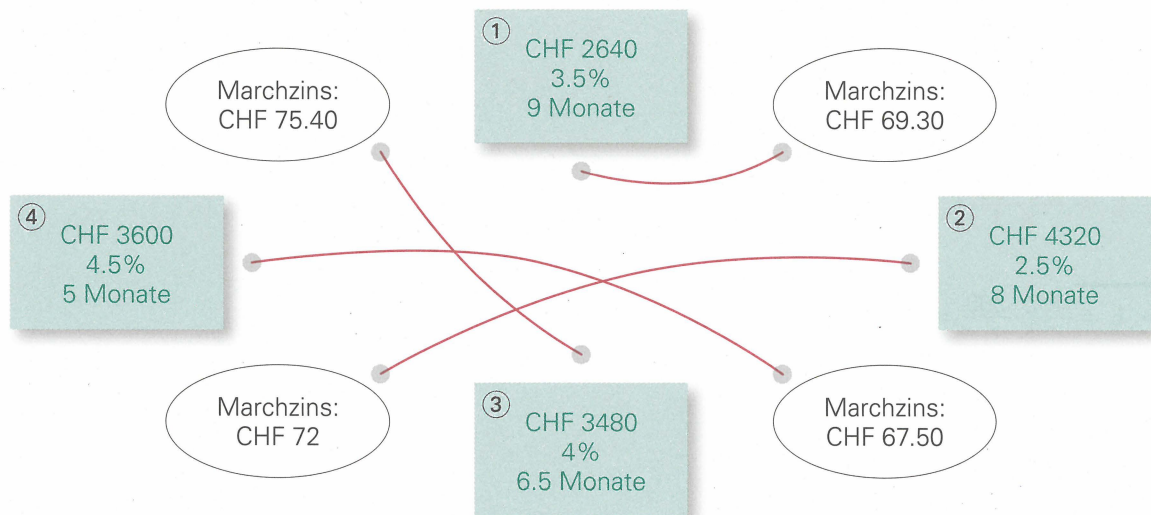
6.10 a $\text{MZ} = \frac{\text{K} \cdot f \cdot \text{L}}{12}$

b $\text{K} = \frac{\text{MZ} \cdot 12}{f \cdot \text{L}}$

$f = \frac{\text{MZ} \cdot 12}{\text{K} \cdot \text{L}}$

$\text{L} = \frac{\text{MZ} \cdot 12}{\text{K} \cdot f}$

6.11



6.12 $\text{MZ}_1 = \frac{4800 \cdot 0.0275 \cdot \text{L}}{12}$ $\text{MZ}_2 = \frac{4200 \cdot 0.03 \cdot \text{L}}{12}$

$$\frac{4800 \cdot 0.0275 \cdot \text{L}}{12} - \frac{4200 \cdot 0.03 \cdot \text{L}}{12} = 5$$

$$6 \cdot \text{L} = 60$$

$$\text{L} = 10$$

Nach 10 Monaten beträgt der Unterschied der beiden Marchzinsen CHF 5.

$$6.13 \quad MZ = \frac{35\,200 \cdot 0.03 \cdot 9}{12} = 792$$

$$L = \frac{792 \cdot 12}{43\,200 \cdot 0.0275} = 8$$

Es dauert **8 Monate**.

6.14 Kapital K_1 nach 3 Monaten:

$$K_1 + \frac{K_1 \cdot f \cdot L}{12} = 2880 + \frac{2880 \cdot 0.04 \cdot 3}{12} = 2908.80$$

Kapital K_2 nach 7 Monaten:

$$K_2 + \frac{K_2 \cdot f \cdot L}{12} = \frac{12 \cdot K_2 + K_2 \cdot 0.315}{12} = 2908.80$$

$$12.315 \cdot K_2 = 34\,905.60$$

$$K_2 = 2834.397\dots$$

Das Kapital K_2 muss **CHF 2834.40** betragen.

6.15  *Marchzins*

7.1 Marchzins MZ von CHF 3050 bei einem Zinssatz von 14.5% mit einer Laufzeit von 5 Monaten:

$$MZ = \frac{3050 \cdot 0.145 \cdot 5}{12} = 184.270\dots$$

Frau T. muss noch **CHF 3234.25** oder **CHF 3234.30** bezahlen, je nach Rundungsregel der Bank.

7.2 **a** Kapital K: CHF 20
 Laufzeit L: 1 Monat
 Marchzins MZ: CHF 5

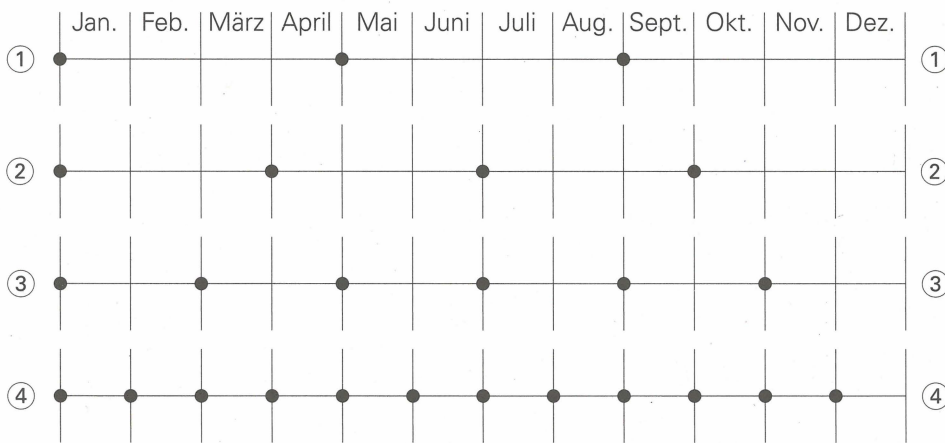
$$\text{Zinsoperator } f: f = \frac{5 \cdot 12}{20 \cdot 1} = 3$$

Der Zinssatz beträgt **300%**.

b Marchzins MZ: $MZ = \frac{20 \cdot 0.15 \cdot 1}{12} = 0.25$

Bei einem Zinssatz von 15% dürfte Timo **CHF 0.25** Zins verlangen.

8.1 a



Einzahlung [CHF]	Marchzins- summe [CHF]
600	42
450	~39.38
300	36.75
150	~34.13

b Mögliche Formel:

$$\begin{aligned}
 MZ_{\text{total}} &= MZ_1 + MZ_2 + MZ_3 + \dots + MZ_{12} \\
 &= \frac{150 \cdot f \cdot 12}{12} + \frac{150 \cdot f \cdot 11}{12} + \frac{150 \cdot f \cdot 10}{12} + \dots + \frac{150 \cdot f \cdot 1}{12} \\
 &= \frac{150 \cdot f}{12} \cdot (12 + 11 + 10 + \dots + 1) \\
 &= \frac{150 \cdot f}{12} \cdot \frac{12 \cdot 13}{2}
 \end{aligned}$$

$$MZ_{\text{total}} = 975 \cdot f$$



Sparplan

- 8.2 Preis bei Barzahlung: CHF 540
 Preis bei Ratenzahlung: CHF 558
 $MZ_{\text{total}} = \text{CHF } 18$

$$MZ_{\text{total}} = \frac{186 \cdot f \cdot 12}{12} + \frac{186 \cdot f \cdot 6}{12} = \frac{186 \cdot f \cdot 18}{12} = 18$$

$$f = \frac{12}{186} = 0.0645\dots$$

Der Zinssatz beträgt **ungefähr 6.5%**.

- 8.3 a Rate: R

$$MZ_{\text{total}} = \frac{R \cdot f \cdot 3}{12} + \frac{R \cdot f \cdot 6}{12} + \frac{R \cdot f \cdot 9}{12} + \frac{R \cdot f \cdot 12}{12} = \frac{R \cdot f \cdot 30}{12} = 60, \quad R = \frac{24}{f} = \frac{24}{0.08} = 300$$

Die Raten betragen je **CHF 300**.

- b Der Barpreis beträgt **CHF 1140**.

9.1 Formel: $K_7 = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^7 = K_0 \cdot (1 + f)^7 = 3400 \cdot 1.045^7 = 4626.930\dots$

Das Kapital ist auf **ungefähr CHF 4627** angewachsen.

9.2 Kapital: $K_L = 2 K_0 = K_0(1 + f)^L$
 $2 = (1 + f)^L$

Laufzeit L in Jahren, bis sich das Kapital K_0 verdoppelt hat bei einem Zinssatz von

– 3%	Zinsoperator: 1.03	Laufzeit L: $2 = 1.03^L$	$L = 23.4497\dots$	≈ 23 Jahre
– 4%	Zinsoperator: 1.04	Laufzeit L: $2 = 1.04^L$	$L = 17.6729\dots$	≈ 18 Jahre
– 5%	Zinsoperator: 1.05	Laufzeit L: $2 = 1.05^L$	$L = 14.2066\dots$	≈ 14 Jahre
– 8%	Zinsoperator: 1.08	Laufzeit L: $2 = 1.08^L$	$L = 9.00646\dots$	≈ 9 Jahre
– 10%	Zinsoperator: 1.10	Laufzeit L: $2 = 1.10^L$	$L = 7.27254\dots$	≈ 7 Jahre
– 25%	Zinsoperator: 1.25	Laufzeit L: $2 = 1.25^L$	$L = 3.10628\dots$	≈ 3 Jahre

Anmerkung:

Die aufgeführten Dezimalzahlen für L wurden aus den Formeln von oben gewonnen:

$$2 = (1 + f)^L, \text{ also } L = \frac{\log 2}{\log(1 + f)}$$

Die Schülerinnen und Schüler probieren jedoch zielgerichtet, indem sie den Zinsoperator systematisch mit natürlichen Zahlen potenzieren, bis sie ungefähr 2 erreichen.

9.3 – Berechnung ohne Berücksichtigung der Verrechnungssteuer:

1. Jahr:

$$MZ_1 = \frac{200 \cdot 0.035}{12} \cdot 78 = 45.50$$

Kapital am Ende des 1. Jahres: CHF 2445.50

2. Jahr:

CHF 2445.50 werden das ganze Jahr verzinst: $2445.50 \cdot 0.035 = 85.5925$

Hinzu kommen CHF 45.50 für die monatlichen Einlagen von CHF 200.

Kapital am Ende des 2. Jahres: CHF 4976.5925 \approx CHF 4976.60

3. Jahr:

CHF 4976.60 werden das ganze Jahr verzinst: $4976.60 \cdot 0.035 = 174.181$

Hinzu kommen CHF 45.50 für die monatlichen Einlagen von CHF 200.

Kapital am Ende des 3. Jahres: CHF 7596.281 \approx CHF 7596.30

4. Jahr:

CHF 7596.30 werden das ganze Jahr verzinst: $7596.30 \cdot 0.035 = 265.8705$

Hinzu kommen CHF 45.50 für die monatlichen Einlagen von CHF 200.

Kapital Ende des 4. Jahres: CHF 10 307.6705 \approx CHF 10 307.70

Das Sparguthaben beläuft sich am Ende des 4. Jahres auf **ungefähr CHF 10 307.70**.

